Khnisse		A.S :2011/2012
	Devoir de contrôle N°1	
Durée: 2.h		

Exercice N°1: (4 pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte.
L'exercice consiste à choisir la réponse exacte sans justification.

1) Soit x un réel. le nombre complexe Z défini par $Z=\dfrac{x-i}{x+i}$ a pour module :

a) $\dfrac{x-1}{x+1}$ b) 1 c) $\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}$

2) Soit A, B et C trois points distincts vérifiant : $Z_C - Z_A = 7(Z_B - Z_A)$ alors :

a) A, B et C sont alignés b) AB=7AC c) Le triangle ABC est rectangle en A

3) Si $f(x)=x^2+3x+1$ et $g(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ alors $\lim\limits_{x\to 1^-} fog(x)=$

a) 3 b) $-\infty$ c) $+\infty$

4) Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	5 ↘	-4	↗ $+\infty$

i) $f(\mathbb{R})=$

a) $]5,+\infty[$ b) $[-4,+\infty[$ c) $]-4,+\infty[$

ii) l'équation f(x) = 3 admet sur $\mathbb{R}$

a) deux solutions b) une unique solution c) zéro solution

Exercice N°2: (5 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o;\vec{u};\vec{v})$.

A , B,D, M et M' sont les points d'affixes respectives : i , 2 , -i , z (différent de 2) et $z'=\dfrac{z-i}{iz-2i}$

1/a) Montrer que $|iz-2i|=BM$

b) Déduire que $|z'|=\dfrac{AM}{BM}$

c) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit la médiatrice de [AB]

2/a) Montrer que $(z'+i)(iz-2i)=2-i$

b) Déduire que $M'D.BM=\sqrt{5}$

c) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie sur le cercle $\zeta_{(B;2)}$

Exercice N°3: (5 pts)

On donne dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ les points A,B et C d'affixes respectives $Z_1 = e^{i\theta}$; $Z_2 = 2\cos\theta$ et $Z_3 = \overline{Z_1}$ avec $\theta \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$

1/ Déterminer l'ensemble des points A lorsque θ décrit $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$

2/ Donner la forme exponentielle de $\frac{Z_1}{Z_3}$. En déduire la nature du triangle OAC

3/a) Montrer que le quadrilatère OABC est un losange

b) Déterminer θ pour que OABC soit un carré

Exercice N°4: (6 pts)

Soit f la fonction est définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x} & \text{si } x<0 \\ 0 & \text{si } x=0 \\ \dfrac{x^2\sin(\frac{2}{x})}{1+x} & \text{si } x>0 \end{cases}$

1/a) Montrer que pour tout $x \in \left]0,+\infty\right[$ on a : $\frac{-x^2}{1+x} \le f(x) \le \frac{x^2}{1+x}$

b) Déduire la limite de f à droite en 0

c) Montrer que f est continue en 0

2/a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin(\frac{2}{x}) = 2$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3/

a) Montrer que pour tout x de $\left]-\infty,0\right[$ on a : $f(x) \in \left]-\infty,0\right[$

b) Justifier que la fonction $x \mapsto fof(x)$ est bien définie sur $\left]-\infty,0\right[$